

Eine Aufgabe mitten aus dem fröhlichen (Studenten-)Leben.

Eine gewisse Menge an Bier wird in einer stehenden kreiszylinderförmigen Tonne vom Radius r bzw. einem kreiskegelstumpfförmigen Behälter mit dem Radius r am Boden und Radius $R > r$ in der Höhe $H > 0$ gelagert. In die Böden wird jeweils ein Zapfhahn mit dem gleichen Querschnitt eingeschlagen. Aus welchem Behälter ist die gleiche Menge Bier bei geöffnetem Zapfhahn schneller vollständig ausgelaufen? Hinweis: Benutzen Sie Torricelli's Ausflußgesetz (benannt nach dem Mathematiker und Physiker Evangelista Torricelli, 1608-1647), wonach die Ausflußgeschwindigkeit v einer idealen Flüssigkeit (Bier?) durch eine nach unten gerichtete Öffnung sich proportional zur Höhe h der Flüssigkeit verhält, genauer $v = \sqrt{Gh}$, G Gravitationskonstante. Leiten Sie daraus eine Differentialgleichung für die Flüssigkeitshöhe $h(t)$ zur Zeit t in beiden Fällen ab und diskutieren Sie diese.